Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012

Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

ASIGNATURA/AREA: Trigonometría	**FECHA: agosto de 2025**
PERIODO: 2 de 2025	**GRADO: 10° (10°1 y 10°2)**
NOMBRE DEL DOCENTE: Jaime Buelvas	
NOMBRE DEL ESTUDIANTE:	
FECHA DE ENTREGA: agosto 18 de 2025	**FECHA DE SUSTENTACIÓN: Según horario organizado por coordinación.**
LOGROS: **Aplicaciones de las leyes de senos y cosenos**	
Recursos: Hojas de bloc, lápiz, borrador, regla, lápices de colores, textos de matemáticas e internet.	

PLAN DE APOYO

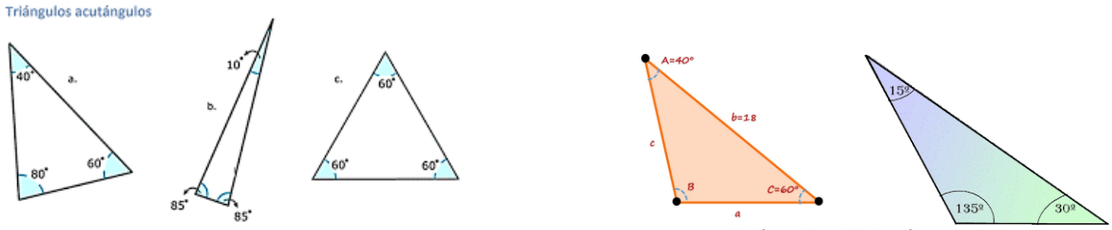
ACTIVIDADES

OBSERVACIONES:	
FECHA DE ENTREGA DEL TRABAJO	***FECHA DE SUSTENTACIÓN***
NOMBRE DEL EDUCADOR: Jaime Buelvas	***FIRMA DEL EDUCADOR***

TEORÍA, EXPLICACIONES Y BIBLIOGRAFÍA

Triángulos Oblicuángulos

Los triángulos oblicuángulos son aquellos que no tienen un ángulo recto. Para conocer estos triángulos se necesita conocer tres elementos de los seis, uno de los cuales debe ser un lado. Para dar solución a este tipo de triángulos se puede emplear los siguientes teoremas: Teorema o ley de los senos, teorema o ley del coseno y teorema o ley de la tangente.



Triángulos Obtusángulos

Teorema o ley de los senos

En todo triángulo ABC, las longitudes de los lados son directamente proporcionales a los senos de los ángulos opuestos a dichos lados, es decir:

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{SenC} \quad \text{o también} \quad \frac{SenA}{a} = \frac{senB}{b} = \frac{SenC}{c}$$

Para aplicar estas formulas las separamos de dos en dos, así

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} \qquad \frac{b}{senB} = \frac{c}{SenC} \qquad \frac{a}{senA} = \frac{c}{SenC}$$

, esta formula se aplica para hallar un dato, ya sea un lado o un ángulo, se debe despejar el dato a buscar

La ley de los senos se aplica cuando los datos que se conocen son:

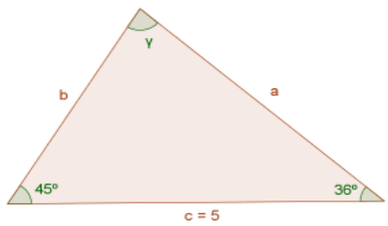
1. Dos ángulos y un lado (A – L – A). Se halla la medida del tercer ángulo aplicando el teorema de la suma de los ángulos internos de un triángulo y los datos que faltan aplicando la ley de los senos.

2. Dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos (L – L – A). Se utiliza la ley de los senos para encontrar uno de los dos ángulos que faltan y determinar si tiene una, dos o ninguna solución.

Para su aplicación vamos a resolver los siguientes triángulos:

Ejemplo 1.

Resolver el siguiente triangulo:



Solución:

Como la suma de los tres ángulos internos de un triángulo es igual a 180°, entonces:

$$\gamma + 45º + 36º = 180º$$
$$\gamma = 180º - (45º + 36º)$$
$$\gamma = 180º - 81º$$
$$\gamma = 99º$$

Ahora por el teorema del seno tenemos:

$$\frac{a}{sen(45º)} = \frac{5}{sen(99º)} \qquad \frac{b}{sen(36º)} = \frac{5}{sen(99º)}$$

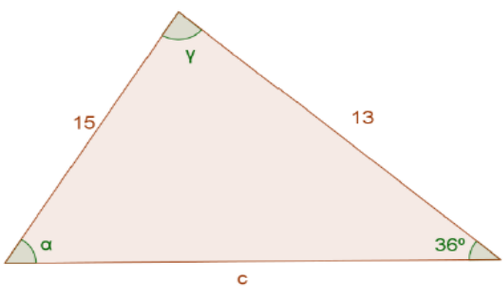
$$a = \frac{5sen(45º)}{sen(99º)} \qquad b = \frac{5sen(36º)}{sen(99º)}$$

$$a = 3.5 \qquad b = 2.9$$

Ejemplo 2.

Encontrar las demás partes del triángulo, si se sabe que $a = 13, b = 15$ y $\alpha = 67.38$

Solución:



$$\frac{13}{sen(\alpha)} = \frac{15}{sen(67.38º)}$$

$$13sen(67.38) = 15sen(\alpha)$$

$$\frac{13sen(67.38)}{15} = sen(\alpha)$$

$$0.79999 = sen(\alpha)$$

$$sen^{-1}(0.79999) = \alpha$$

$$53.13º = \alpha$$

$$67.38º + 53.13º + \gamma = 180º$$
$$\gamma = 180º - (67.38 - 53.13º)$$
$$\gamma = 59.49º$$

$$\frac{c}{sen(59.49)} = \frac{15}{sen(67.38º)}$$
$$c = \frac{15}{sen(67.38º)}$$
$$c = 14$$

Teorema o ley de los Cosenos

Restan dos casos en la lista de las condiciones necesarias para resolver un triángulo oblicuángulo, LLL y LAL. Si nos dan tres lados (LLL), o dos lados y un ángulo incluido (LAL), ninguna de las relaciones de la ley de los senos estaría completa. En tales casos se

puede usar la ley de los cosenos.

Ley de los cosenos

Forma estándar	*Forma alternativa*
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$	$\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$	$\cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$	$\cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

Lo que debe aprender

- Usar la ley de los cosenos para resolver triángulos oblicuángulos (LLL o LAL).
- Usar la ley de los cosenos para modelar y resolver problemas de la vida real.
- Usar la fórmula del área de Herón para hallar el área de un triángulo.

Ejemplo 1 Tres lados de un triángulo—LLL

Encuentre los tres ángulos del triángulo en la Figura 6.11.

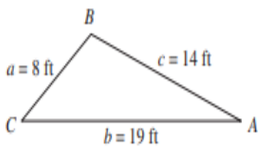


FIGURA 6.11

Solución

Es buena idea primero hallar el ángulo opuesto al lado más largo, el lado b en este caso. Usando la forma alternativa de la ley de los cosenos, podemos determinar que

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{8^2 + 14^2 - 19^2}{2(8)(14)} \approx -0.45089.$$

Como cos B es negativo, sabemos que B es un ángulo *obtuso* dado por $B \approx 116.80°$. En este punto, es más sencillo usar la ley de los senos para determinar A.

$$\operatorname{sen} A = a\left(\frac{\operatorname{sen} B}{b}\right) \approx 8\left(\frac{\operatorname{sen} 116.80°}{19}\right) \approx 0.37583$$

Sabemos que A debe ser agudo porque B es obtuso y un triángulo puede tener, como máximo, un ángulo obtuso. Entonces, $A \approx 22.08°$ y $C \approx 180° - 22.08° - 116.80° = 41.12°$.

Ejemplo 2 Dos lados y el ángulo incluido—LAL

Encuentre los ángulos restantes y lado del triángulo de la Figura 6.12.

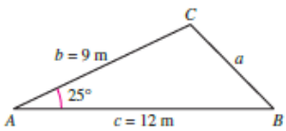


FIGURA 6.12

Solución

Use la ley de los cosenos para hallar el lado desconocido a en la figura.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$a^2 = 9^2 + 12^2 - 2(9)(12)\cos 25°$$

$$a^2 \approx 29.2375$$

$$a \approx 5.4072$$

Como $a \approx 5.4072$ metros, sabemos la razón (sen A)/a y se puede usar la forma recíproca de la ley de los senos para despejar B.

$$\frac{\operatorname{sen} B}{b} = \frac{\operatorname{sen} A}{a}$$

$$\operatorname{sen} B = b\left(\frac{\operatorname{sen} A}{a}\right)$$

$$= 9\left(\frac{\operatorname{sen} 25}{5.4072}\right)$$

$$\approx 0.7034$$

Hay dos ángulos entre 0° y 180° cuyo seno es 0.7034, el primero es $B_1 \approx 44.7°$ y el otro es $B_2 \approx 180° - 44.7° = 135.3°$.

Para $B_1 \approx 44.7°$,

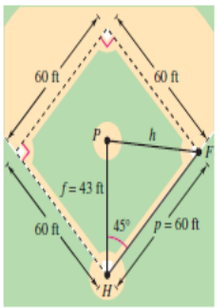
$$C_1 \approx 180° - 25° - 44.7° = 110.3°.$$

Para $B_2 \approx 135.3°$,

$$C_2 \approx 180° - 25° - 135.3° = 19.7°.$$

Como el lado c es el lado más largo del triángulo, C debe ser el ángulo más grande del triángulo. Entonces, $B \approx 44.7°$ y $C \approx 110.3°$.

Ejemplo 3 **Una aplicación de la ley de los cosenos**



El montículo de lanzamiento en un campo de *softbol* de mujeres está a 43 pies del *home* y la distancia entre las bases es 60 pies, como se ve en la Figura 6.13. (El montículo de lanzamiento no está a la mitad entre el *home* y la segunda base.) ¿A qué distancia está el montículo de la primera base?

Solución

En el triángulo HPF, $H = 45°$ (la recta HP corta el ángulo recto en H), $f = 43$, y $p = 60$. Usando la ley de los cosenos para este caso de lado ángulo lado (LAL), tenemos

$$h^2 = f^2 + p^2 - 2fp\cos H$$
$$= 43^2 + 60^2 - 2(43)(60)\cos 45° \approx 1800.3.$$

Por tanto, la distancia aproximada del montículo de lanzamiento a la primera base es

$$h \approx \sqrt{1800.3} \approx 42.43 \text{ pies.}$$

Fórmula del área de Herón

La ley de los cosenos se puede usar para establecer la siguiente fórmula para el área de un triángulo. Esta fórmula recibe el nombre de **fórmula del área de Herón** en honor al matemático griego Herón (hacia el año 100 a.c.).

Fórmula del área de Herón

Dado cualquier triángulo con lados de longitudes a, b y c, el área del triángulo es

$$\text{Área} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

donde $s = (a + b + c)/2$.

Ejemplo 4 **Uso de la fórmula del área de Herón**

Encuentre el área de un triángulo que tenga lados de longitudes $a = 43$ metros, $b = 53$ metros y $c = 72$ metros.

Solución

Como $s = (a + b + c)/2 = 168/2 = 84$, la fórmula del área de Herón produce

$$\text{Área} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$
$$= \sqrt{84(41)(31)(12)}$$
$$\approx 1131.89 \text{ metros cuadrados.}$$

EJERCICIOS O TALLER

Este taller representa la forma como se evaluará o sustentará el plan de apoyo.

INDICACIONES: Este taller no es para entregar, sino que es un mecanismo de estudio

Cada estudiante en supervisión del acudiente o padre de familia de ponerse al día con las actividades realizadas en clases y las diversas consultas y tareas planteadas, ponerse al día con el cuaderno con todas las actividades desarrolladas a la fecha

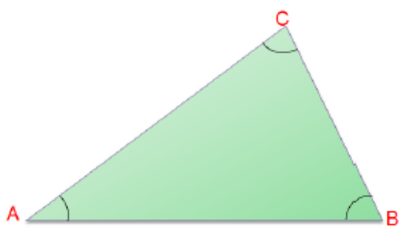
Estudiar las competencias desarrolladas con los temas: Repasar las Funciones trigonométricas, Estudiar las leyes de senos y cosenos Corregir, estudiar y analizar la evaluación de periodo y las actividades evaluadas en clase Presentar la evaluación de plan de apoyo en la fecha programada por la Institución, la calificación sacada en la evaluación es la nota que quedará como definitiva del periodo como plan de apoyo

Se insta a la familia a hacer el acompañamiento respectivo para que el estudiante alcance los desempeños del área

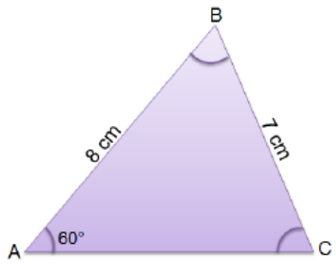
Taller

Resolver los siguientes triángulos oblicuángulos haciendo uso del teorema del seno.

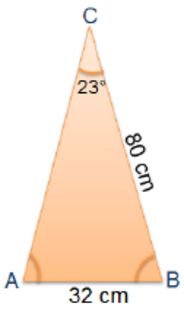
1. En un triángulo ABC se cumple: Â= 42°30', a= 56 cm y c= 30 cm. Hallar el valor del ángulo C y el valor del lado b.



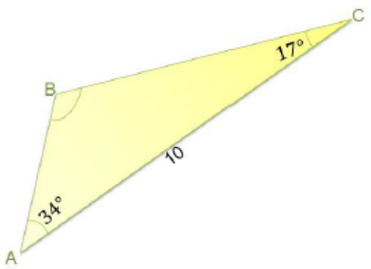
2. Calcular los valores desconocidos en el siguiente triángulo:



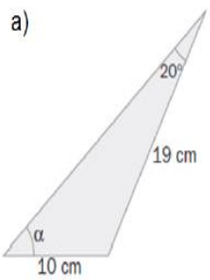
3. Calcular los valores desconocidos en el siguiente triángulo:

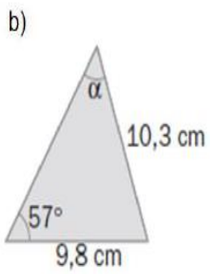


4. Calcular el cateto **a** y **c** en el siguiente triángulo



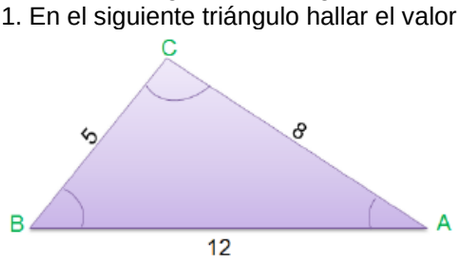
5. Calcular el ángulo de los siguientes triángulos:



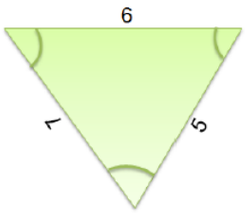


Resolver los siguientes triángulos oblicuángulos haciendo uso del teorema del coseno.

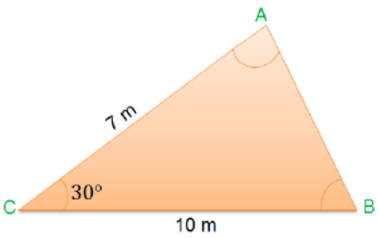
1. En el siguiente triángulo hallar el valor de los tres ángulos.



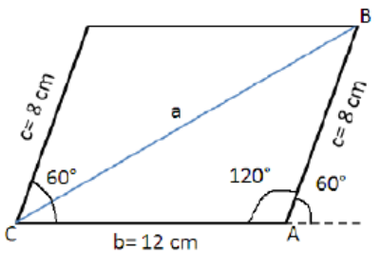
2. En el siguiente triángulo hallar el valor de los tres ángulos



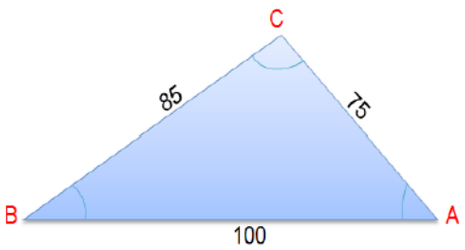
3. En el siguiente triángulo hallar el valor del cateto y los ángulos faltantes.



4. El ángulo entre los lados de un paralelogramo es de 60º. Si las longitudes de los lados son 8 cm y 12 cm. Calcular la longitud de la diagonal mayor.



5. En el siguiente triángulo hallar el valor de los tres ángulos:



Bibliografía y recursos digitales

https://www.youtube.com/watch?v=e2_WDo5yK_Q&list=PLeySRPnY35dHyDHBmOcBaYOKhr6nn2tX-

https://www.youtube.com/watch?v=SbFetGnLdr8

https://www.youtube.com/watch?v=8TaZD5mTEBg&list=PLeySRPnY35dHyDHBmOcBaYOKhr6nn2tX-&index=2

https://www.youtube.com/watch?v=5K19GrzJqLs&list=PLeySRPnY35dHyDHBmOcBaYOKhr6nn2tX-&index=4

https://www.youtube.com/watch?v=65RP6V0hsy4

https://www.youtube.com/watch?v=cCeJffSwHvc